

自己重力多体系の物理

牧野淳一郎

2012 年 10 月 2 日

1 連星

ここからは、これまで断片的に扱ってきた連星の役割について少しまとめて議論する。

連星の基本的な働きは、単一星ではないことによって 2 体の近接遭遇をより複雑なものにすることである。普通の物質でいえば連星は分子や、複数の核子からなる原子核にあたる。結合状態になることによって熱エネルギーを出すわけである。

しかし、普通の分子や原子核とは根本的に違うところがある。それは、分子や原子核はその構成要素が原子や素粒子であり、それぞれを考える普通のエネルギー状態では量子力学的な基底状態があってあるところまでしかエネルギーを出すことができない。また、基底状態のものは基本的に安定で、エネルギーや角運動量といったものが保存する。これに対して、恒星系の連星では

- 基底状態にあたるものはない。構成要素が質点なら (ニュートン力学の範囲では) 無限にエネルギーを出すことができる。
- 恒星要素がそれぞれマクロな自由度をもった物質であり、潮汐変形や合体によってエネルギー変化する。
- 内部運動は (質点近似の範囲では) 古典ケプラー軌道であり、外部からの摂動によって連続的に (量子的にでなく) エネルギーや角運動量に変化しえる。

といったわけで、通常の化学反応や原子核反応とはある程度アナロジーが成り立つが、それは「ある程度」とどまるものである。

1.1 熱力学的議論

まず、特に 2 体緩和による進化を考える上では有用であった熱力学的 (統計力学的) 議論を連星がある場合にまで拡張することを考える。

単純な例として、断熱壁 (完全反射壁) で囲まれた空間の中に粒子が 3 個ある場合を考えてみよう。簡単のため、系全体のエネルギーは正 (重力エネルギーより運動エネルギーが大きい) とする。

粒子3つの系で統計力学を考えることに意味があるのかというのは自明な問題ではないが、ここではとりあえず意味があるという前提で話を進める。

普通の、例えば van der Waals 力で相互作用する粒子からなる系であれば、これくらいの粒子数でも相転移を起こす。つまり、エネルギーがある程度より高いなら3つが勝手に飛び回る状態が安定状態であり、エネルギーが低いなら結合した状態が安定状態である。これは、直観的には、エネルギーが高い時には、束縛エネルギーの分損をしても、粒子が動く範囲を広げることができるほうがエントロピーを増やすことができる(位相空間が広い)のに対して、エネルギーが低い時には空間内で動く分を犠牲にしても束縛エネルギーの分運動エネルギーを増やしたほうがエントロピーを増やすことができるからである。もちろん、エネルギーが非常に低いと粒子3個とかだとそもそも全部が集まった状態しか存在しえない。

そういうわけで、上の説明は、普通の分子間力とかであれば、気相か液相かは温度で決まる、という極めて普通の話である。運動エネルギーが結合エネルギーより十分大きいなら気相になる。これを自己重力系に適用しようとしてみる。

問題は、質点近似の範囲では結合エネルギーが有限ではないことである。

上の、通常の分子間力の議論では、結合エネルギーに最低値があるので、それと無限遠での値との差が気相と液相の境界を決めるエネルギースケールになる。しかし、重力3体問題ではそのようなエネルギースケールは存在しない。このことは、原理的には、運動エネルギーがどんなに高いものを考えても、十分に軌道半径が小さい連星を作れば全体としてはエントロピーを増やすことができる、ということの意味する。

ここではエントロピーという言葉はかなり適当に使った。通常であればエントロピーはあるエネルギーの系のとりにえる状態全体に対して定義するものなので、ここで書いたような、連星のエネルギー毎にエントロピーを計算するような表現は少しおかしい。が、連星のエネルギーが変わらない範囲では定義できるので、そういう定義だと思って欲しい。

この意味では、連星の軌道長半径を小さくしていけばエントロピーはいくらでも増やすことができることになる。言い換えると、安定な熱平衡状態はそもそも存在していない。

安定な熱平衡状態が存在していない時に熱力学的な議論から系の状態について何かいうことはそもそも可能か？というのは原理的な困難がある問題だが、こういう時には思考実験が重要である。

1.2 思考実験

実際に3つ粒子をいれて自由に運動させたら、ほとんどの場合はそれらは勝手に運動している。たまに2つが近接遭遇して散乱され、エネルギーを交換するが、2体運動では相対運動のエネルギーは保存するのでそれによって2つが結合状態になることはない。

たまたま3つが非常に近づくようなことがあると話は変わってくる。確率的には、そのうち2つが結合状態になることが起こりえるからである。

では、できた連星がどうなりそうか、というのを少し考えてみる。

まず、結合エネルギーが小さい場合を考える。軌道長半径は大きく、軌道速度は(3個目の粒子との相対速度に比べて)小さい。この時には、3個目の粒子が近くを通った時の影響は、インパルス近似

で評価できる。

インパルス近似は、相互作用している間に位置が変わらないものとして速度変化を直線軌道を積分して求める方法である。

この時、連星の星同士の相対速度には、統計的にはランダムな変化が加わることになる。基本的には2体緩和と同じであり、元々の2つの星の相対速度が小さいのでこれを加熱、つまり加速する項が効く。この結果、軌道長半径が大きい連星は、他の星との相互作用でますます軌道長半径が大きくなり、最終的には分解してしまうことになる。

これに対して、軌道長半径が十分小さい場合を考えてみよう。

この時には上のインパルス近似のような議論は難しいが、自由度を連星の内部運動と、連星の重心と3つめの星の相対運動の2つに分けて考えると内部運動のほうに大きな値がある。従って、確率的には相互作用の結果、内部運動のエネルギーを3つめの星の運動エネルギーに渡す方向になる。つまり、連星は軌道長半径をより小さく、軌道運動の速度をより大きくする。

ここまでの議論をまとめると、連星は

- 結合エネルギーが小さいものはますます小さくなり、そのうち壊れる
- 結合エネルギーが大きいものはどんどん大きくなる

という性質をもつように思われる。

1.3 Heggie's Law

上の性質を、システマティックに連星と第3星との相互作用を扱い、近似的な議論や統計的な議論と数値積分の結果を比較して議論したのが Heggie (1975, MNRAS 173, 729-787) である。ページ数からわかるように 59 ページある長大な論文である。

Heggie が示したことは、基本的には上の思考実験は正しく、連星がよりハードに (結合エネルギーが大きく) なるかどうかは結合エネルギーと周りの星の平均的な運動エネルギーの比で決まる、ということである。境界の値は $1kT$ [(3/2) kT が平均の運動エネルギーとして] である。

もうひとつ重要なことは、ハードな連星がよりハードになるための主要なプロセスは、他の星が非常に近くを通り、1つと交換 (exchange) するとか、しばらく3体が結合状態になってから1つが打ち出されるとかいった強い相互作用 (resonant interaction) が主であるということである。2体緩和の時のような、遠くを通ったものの摂動はあまり効かない。

これは、連星のエネルギーは断熱不変量で、場のゆっくりとした変化ではネットに変化しないからである。Exchange や resonant interaction の場合、平均的には1回の相互作用で連星のエネルギーが 40% 程度増える、ということがわかっている。

なお、特に resonant interaction の場合、打ち出される星は3つの中でもっとも軽い星になる確率が高い。これは、熱力学的な議論からもわかることで、等分配になる傾向があるので軽い星は速度が大きくなるのである。このことは、相互作用によって連星はより重くなる傾向がある、ということである。

なお、連星の角運動量については、遠くを通った粒子や、それ以前に系全体のポテンシャルといったものの効果も無視できない。

2 連星の役割

2.1 銀河系内連星

恒星系において、連星が特別な役割を果たすのは衝突系に限られる。その理由は単純で、無衝突系では原理的に連星は単純にその合計の質量をもった星とみなしてよいからである。

具体的な例として太陽系を考えてみる。もちろん太陽系は連星というわけではない(連星であるという話もあるがちょっと別の話である)。しかし、地球を始めとする多数の惑星をもっている。その軌道周期は1年から数百年の程度であり、典型的な連星とあまり変わらない。

太陽系の進化を考えるにあたっては、他の星との相互作用はそれほど重要ではない、ということになっている。実際問題として、太陽系ができてから現在までの間に例えば地球の軌道半径くらいまで他の恒星が近づくようなことがあれば惑星の軌道は大きく乱されているはずで、現在のような8惑星が極めて平面に近いところにいる、ということはあるまい。

また、銀河円盤での太陽近傍の恒星の数密度、速度分散から実際に地球半径程度まで他の恒星が近づくタイムスケールを計算することも可能である。

単位時間当りの遭遇確率は

$$P = n\sigma v$$

で与えられる。ここで n は数密度、 σ はここでは速度分散ではなく散乱断面積、 v は相対速度である。

単位系として距離は1AU、時間は1年を単位とすると、速度は地球の軌道速度が 2π となる。太陽系の周りの星の数密度を $1/\text{pc}^3$ とし、速度分散を 50km/s 程度とすれば、 $1\text{pc} = 2 \times 10^5 \text{AU}$ なので

$$P \sim 10^{-15}$$

となり、宇宙年齢程度の間には他の星が近づく可能性は非常に小さい。

なお、この見積もりから、100AU程度までなら他の恒星が近づく可能性がある、ということもわかる。つまり、太陽系の場合、TNO(海王星以遠天体)、特にその外側のほうや、Oort cloudの進化を考える時には他の恒星との遭遇の影響は無視できない。

また、太陽ができた時のことを考えると、これは星形成領域でなにが起こったか、という問題になる。星の数密度ははるかに高く、速度分散はずっと小さいために gravitational focusing が効く領域になるので、時間は短いけど近接遭遇が起きる確率は高くなりえる。このことはなんらかの影響を星形成過程に対してもっているであろう。

2.2 球状星団

球状星団ではどうか、というのを考えてみる。

典型的な球状星団として、半径 5pc、質量 $10^6 M_{\odot}$ とすると密度は $10^4/\text{pc}^3$ となり、速度分散は 10-20km/s と上の太陽系の見積もりよりも少し小さいので、1AU 程度の連星ならば星団の外側のほうにあれば宇宙年齢の間他の星と近接遭遇しないこともありえる。

逆にいうと、少し中心近く (密度は $1/r^2$ である) にあるとか、軌道長半径が大きいとかだと、球状星団の中では連星は容易に他の星と相互作用する。

球状星団の中心部 (コア) は、連星がなければ 3 体相互作用で連星ができるところまで密度があがる、という話は前にした。連星があると、これがエネルギー源となるので比較的大きなコアの段階で収縮が止まり、連星が使いつくされるまでそのままのサイズになる。

球状星団と連星の関係で重要なのは、球状星団の中、特にコアでは連星が容易に他の星と相互作用するため、そのことが連星の進化と星団の進化の両方に影響することである。

まず、相互作用が連星に及ぼす影響を考えると、上で述べたように重い星が連星と相互作用すると、その結果重い星が連星に残り軽い星が打ち出される。このため、コアでは中性子星や重い白色矮星を含む連星が増えることになる。

実際、球状星団には、LMXRB (低質量 X 線連星) やミリ秒パルサーが異常に多いことが知られている。銀河内の LMXRB の半分程度が球状星団の中にあるし、ミリ秒パルサーも球状星団の中に非常に沢山 (ここ数年でどんどん見つかった) ある。これらの形成過程については、相互作用が重要と信じられている。

中性子星-中性子星連星についても、球状星団が重要な供給源である可能性がある。これについては、理論的なみつもりはやった人によって桁で違う答えがでており、もうちょっと信頼できる理論モデルが必要である。

2.3 惑星形成過程

少し毛色の違う例として、惑星形成過程を考える。

現在の標準的な惑星形成モデル (いわゆる京都モデル) では、惑星は、ダストが重力不安定や衝突で集まって成長する。この過程で連星ができたりしないか? という話である。

標準的な惑星形成理論では、連星の形成は考慮されていない。その 1 つの理由は、地球領域では (おそらく) あまり重要ではないからである。

連星が安定に存在できるためにはヒル半径の十分内側にいる必要がある。

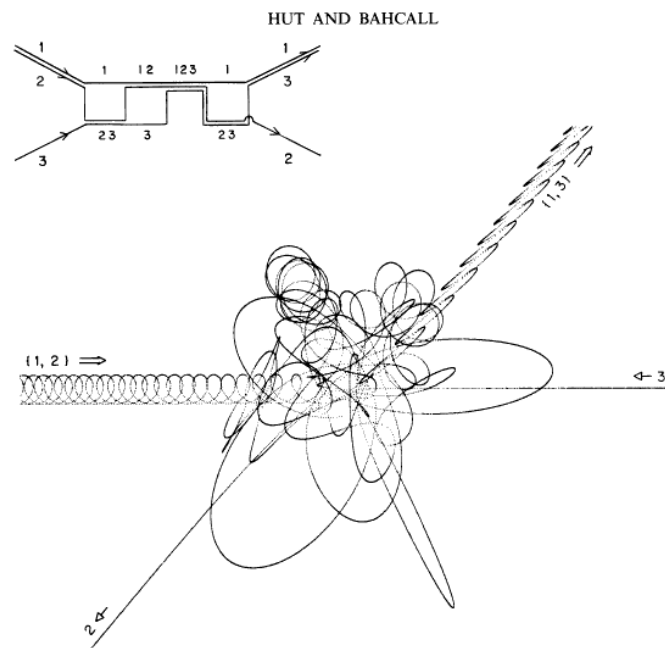
具体的な式は適当な教科書を見て貰うとして、Hill 半径の $1/2$ ないし $1/3$ 程度が安定性限界となる。これは、例えば地球の場合は 50 万 km 程度であり、地球半径の 100 倍以下である。

100 倍というのは随分大きな差のようにも思えるが、連星形成過程を考えるとそうでもない。

元々連星がないところで連星ができるプロセスは基本的に以下の 2 つである。

- 3 粒子の相互作用。大雑把にいうと、2 つが近接遭遇しているところにもう 1 つがやってきて、その粒子の摂動によって 2 つが結合状態になる。
- 2 粒子の非弾性相互作用。星同士であれば、潮汐変形するほど近くを通った結果、相対運動のエネルギーが内部運動に変換されて結合状態になる。

それぞれ、後でもう一度扱うが、とりあえず 3 粒子の相互作用の 1 例を：



これは、円軌道の連星と、もうひとつの星の正面衝突の例である。複雑な相互作用の結果、星の 2 番目と 3 番目が入れ替わって、元は円軌道だったのが離心率が大きな連星になる。このようなので複雑な相互作用では、途中で 2 つの星が近接遭遇することがあるし、また、途中で 3 つのうち 1 つがかなり遠くにいってしまうこともある。

つまり、元の連星の半径がヒル半径に比べて十分小さくないと、このような 3 体相互作用の途中で一つがヒル半径の外側にいってしまうとか、あるいは衝突するとかいったことが起こる。

このため、3 体相互作用で連星ができたり、それが他の微惑星とさらに相互作用するといったことは比較的重要ではないはず、と考えられている。

但し、実際にはこれまでの N 体計算では惑星の物理半径を大きくして計算を加速するテクニックが使われているので、本当のところはわかっているかどうかは不明である。

また、仮に地球領域では重要でなかったとしても、より外側の木星や海王星の領域ではヒル半径が大きくなるので、相対的には微惑星の半径が小さくなったことになり、連星形成が起きやすくなると考えられる。実際、いわゆるメインベルトの小惑星には、連星といえるものは殆どない(「衛星」的な、小惑星の周りをずっと小さいものが回っているものはある)が、TNO (海王星以遠天体) の中にはかなりの割合の連星があり、これは軌道長半径も大きく、質量比も 1:1 に近い。これらにつ

いては、その形成プロセスや、惑星形成過程に対する影響の研究が始まりつつある、という段階である。

3 形成、相互作用の確率

3.1 3体遭遇による形成確率

例によって密度一様、速度分散がマックスウェル分布の恒星系で連星ができる確率、というものを考えてみる。係数の細かいことは別にしてスケールリングだけを考える。

これは、「2つの粒子が十分近くで相互作用している間にその近くにもうひとつがくる確率」と考えられる。

質量 m 速度分散 v 数密度 n とする。

1つの粒子を考えると、十分近い距離というのは $m/r = v^2$ なので $r = m/v^2$ となり、散乱断面積は $\sigma = m^2/v^4$ である。従って、1つの粒子がもうひとつと相互作用する確率は $P = n\sigma v$ となる。相互作用している時間は $T = r/v = m/v^3$ であるので、相互作用している間にもうひとつと相互作用する確率は $P^2T = n^2m^5v^{-9}$ となる。

3.2 2体の近接非弾性散乱による形成

恒星同士の2体の非弾性散乱によって本当に連星ができるのかどうかは本当のところはよくわかっていない。もちろん、十分に近くを通れば2つは結合状態になるし、その時に全角運動量を保存したままで円軌道の連星に進化するとすれば軌道長半径が最初の遭遇の時の近点距離よりちょっと大きいところ(計算すること)で連星になる。

しかし、実際にそううまくいくかどうかは一部の質量が角運動量をもって逃げていくとか、星の内部の振動と軌道運動の間に共鳴が起こるかもしれないとかを考慮すると変わってくる。

大質量のブラックホールと普通の星、といった場合についてもこれは同様で、連星になるケースが本当にあるのかどうかはわからない。

連星になるとすると、十分に近い距離、というのは基本的には単に星の半径の程度になる。半径 R が90度散乱の距離 $R_{90} = m/v^2$ に比べて十分小さい時には散乱断面積は $\sigma = RR_{90} = Rm/v^2$ になり、形成確率は nRm/v の程度になる。 $R > R_{90}$ なら連星にならないことに注意。

3.3 連星になった後の進化

単位時間当りのエネルギー変化は軌道長半径に依存しなくなる。

3.4 球状星団の場合の最終状態

最終的には星団のポテンシャルからでていくか、合体で壊れる。

3.5 星団へのエネルギー供給

ある程度ハードになると自分も相手も相互作用した後に星団コアから打ち出されるので、直接加熱になるかどうかは自明ではない。通常の理論モデルでは indirect heating といい、質量が失われる効果だけを考える。

3.6 離心率の進化

現在のところ、星団内の連星の離心率の進化については殆どなにもわかっていない。重力波による中性子連星の合体確率等を考えるには極めて重要である。