

宇宙惑星科学

牧野淳一郎

惑星学専攻

評価等

- 小テスト (初回はなし) (レポートはなし)

講義概要

1. ビッグバン宇宙論: 2コマ分くらい
2. 天体形成 (主に銀河): 2コマ分くらい
3. 星形成・進化、惑星形成: 3コマ分くらい

講義の目的

- 惑星形成を、宇宙における階層的構造形成全体の中で理解する
- 同時に、惑星形成研究を天文学・天体物理学研究の中で位置付ける
- そのために宇宙の始まり、銀河等の天体形成、星形成、惑星形成の順にトップダウンで話を進める

ビッグバン宇宙論

- 宇宙論の歴史
- 現在の描像
- 残っている問題
 - インフレーション
 - ダークマター
 - ダークエネルギー

天体形成

- 大規模構造・重力不安定 (ジーンズ不安定)
- 重力熱力学的不安定
- 円盤構造、軸対称不安定、スパイラルモード
- 銀河形成
- 銀河と太陽

星形成と惑星形成

- 星形成
 - 星形成を考えるいくつかの立場
 - 初代星
- 恒星進化
 - 星の一生
 - 中性子星・ブラックホール・重力波
- 惑星形成の標準ないし京都/林モデル
 - minimum solar nebula model
 - シナリオ紹介
 - 理論的問題
 - わかっていないこと

現実のディスク

- 原始惑星系円盤や惑星リングは非常に冷たくなければ安定である。
- 惑星リングの場合には実際に非常に冷たく、このために非常に小さなスケールで多様な構造が現れることが最近ではカッシーニ等の観測で明らかになっている。
- 原始惑星系円盤の場合には、円盤ガスは安定というのが京都モデル。但し観測的にはリングやスパイラルがどんどん見つかってきている。
- 円盤銀河の場合には、面密度は1まではいかにしても0.1より大きい程度になり、このために λ_{crit} は結構大きい。このため、普通の恒星円盤では厚さは臨界波長より小さく、 Q 値がそれなりに安定性を表す

スパイラルモードの場合

- 現状の系外銀河や原始惑星系円盤では結構色々なスパイラル構造が見つかっている
- でも、解析的に計算できるのは「tight winding 近似」くらい
- なので、その話のあと、数値計算ベースの話を少しする

tight-winding 近似

tight winding の近似:要するに、ピッチアングル(スパイラルアームと円の回転方向のなす角度)が小さい=大体軸対称と同じようにあつかえる

m 本腕モードの分散関係は

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma|k| + v_s^2 k^2 \quad (1)$$

と書ける

tight-winding 近似

- 安定・不安定の条件は $m = 0$ のモードと全く同じ
- 不安定な時には実部に $m\Omega$ が入る
- 不安定モードはラグランジュ的に回転にくっついて成長する

これは、tight-winding 近似してさらに半径方向に対して波長が短いという近似もしたので、 Ω の半径依存性もどこかで落として解析したような話になっている。

グローバルなスパイラルモード



M101 銀河。スピッツァー衛星
での赤外線画像

実際の銀河では、全く
tight-winding も局所近似
も成り立たないような大き
なスケールでのスパイラル
構造が見つかっている。
中間赤外で見える低温のガ
スは複雑な構造をもつ
大きなスケールでのスパイ
ラルアームがあるように見
える。

多くの銀河についてそういう構造があるように見える。

グローバルなスパイラルモードの理論的 困難

- そのような構造を定常的に維持するメカニズムはなにか
- そもそもそのようなメカニズムはあるのか

は依然未解決の問題。

- 不安定モードは基本的にローカルな角速度で回転するため、半径方向に広がったモードはどうしても差動回転の効果で時間がたつと巻き込んでしまう (巻き込みの困難)
- ある形をもったスパイラルアームが時間的に成長したり、定常状態になったりしてくれない

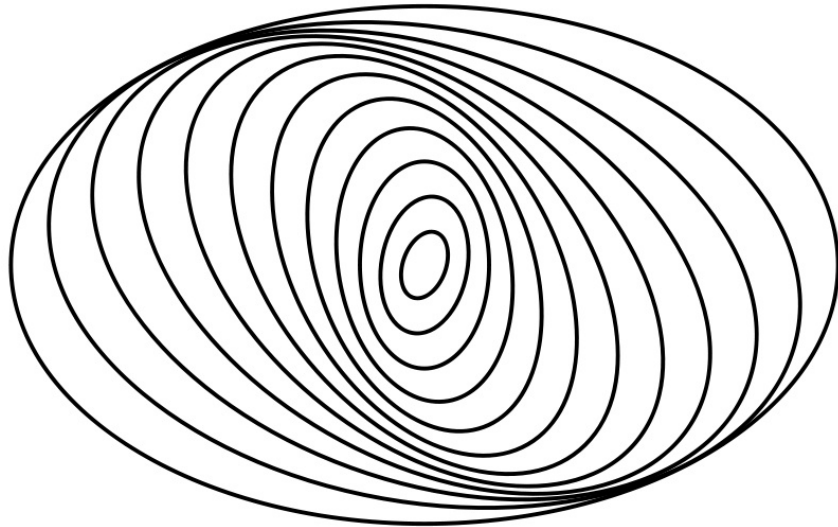
巻き込みの問題の回避(?)

これまで唱えられていた理論は例えば以下のようなものがある

1. 定常密度波理論 (いわゆる Lin-Shu 理論)。これは、大雑把にはスパイラルアームは実体ではなく、「密度波」だということのもの
2. 非定常理論。これは要するに、アームは次々にできたり消えたりするものである、ということのである。

定常密度波理論

これは、大雑把にはスパイラルアームは実体ではなく、



こんな感じにうまいこと軌道がずれていくことでできる見かけのパターンであるとするものである。エピサイクル周期も半径に依存するし、なぜ同じ半径では大体位相がそろうのかとか、うまいことスパイラルパターンができるようにその位相が半径によってずれるのかとかは良くわからない。

定常密度波理論

これで全くなにも説明できないというわけではない。アームはともかくポテンシャルが実際に非軸対称の時に、このようなパターンは確かにできる

- 棒渦巻銀河
- 相互作用銀河

但し、棒渦巻銀河の詳細なシミュレーションでは、アームはバーの先端からでていますが時間変化は結構する(定常ではない)ということもわかってきた。

非定常理論

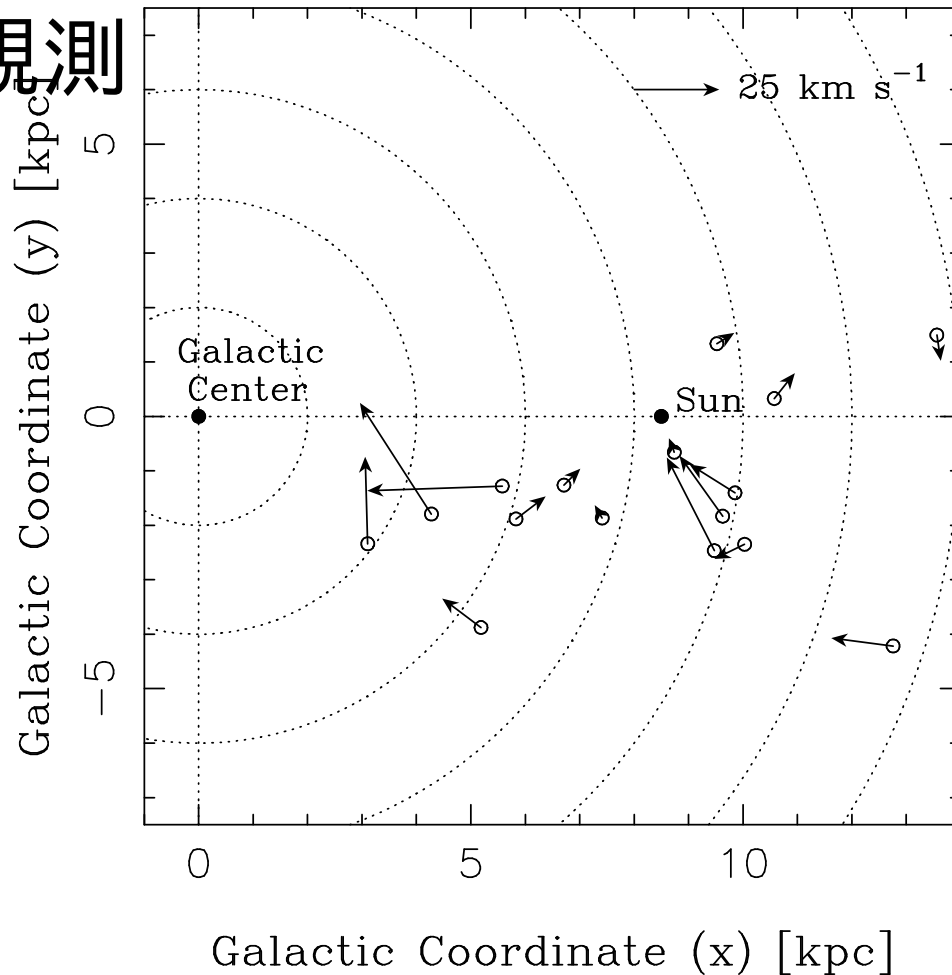
- 要するに、アームは次々にできたり消えたりするものである、という考え
- 。1970年代から1980年代にかけて、ディスク構造の多体計算は盛んに行われた。
- れらの計算では、 Q 値が1より少し大きい、軸対称モードに対しては安定なはずのディスクから計算を始めると、かなり強いスパイラル構造が数回転で成長する。しかし、数十回転までいかないうちに Q 値が大きくなり、そのような構造は消える。

非定常理論

- 実際の銀河では、ガスが放射冷却で温度を下げることができるので、ガスがあるうちは Q 値がある程度小さくたもたれていると考えることができ、このために常に不安定性により新しいアームが作られている、と考える。
- 90年代以降この辺はあまり研究されていなかった
- 最近の大粒子数での数値計算 (Fujii et al, 2011) では、初期の Q の値や粒子数によっては、ガスによる冷却効果がなくても非常に長い時間にわたって非定常なスパイラル構造が見える、ということがわかってきた。

電波干渉計による観測

- 2006: Xu et al, Science 311, 54
- Nov 2008: Burst of results from VLBA
- Several data from VERA

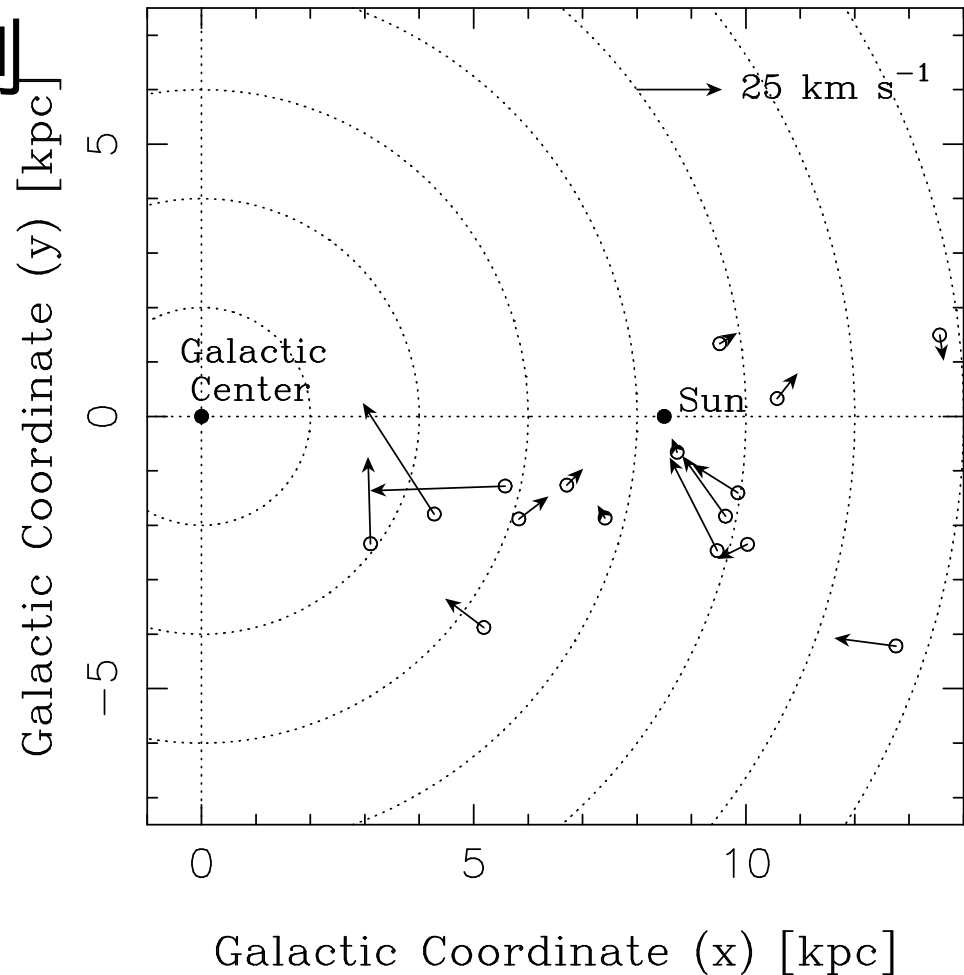


(Compiled by Dr. Asaki)

電波干渉計による観測

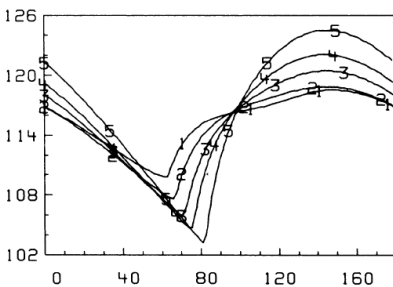
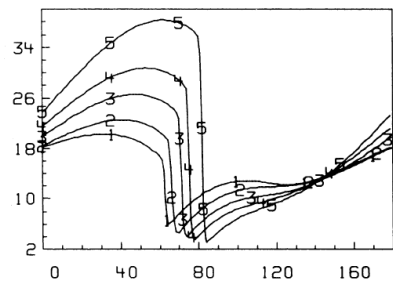
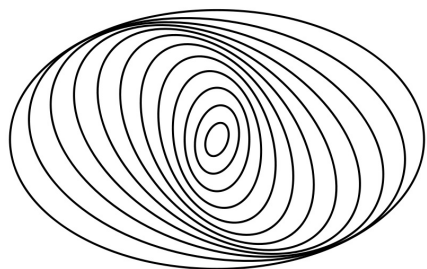
- 円運動からの大きなずれ ($\sim 30\text{km/s}$)
- 空間相関もあり？

このような大きな運動の起源は？



教科書に書いてあること

定常密度波



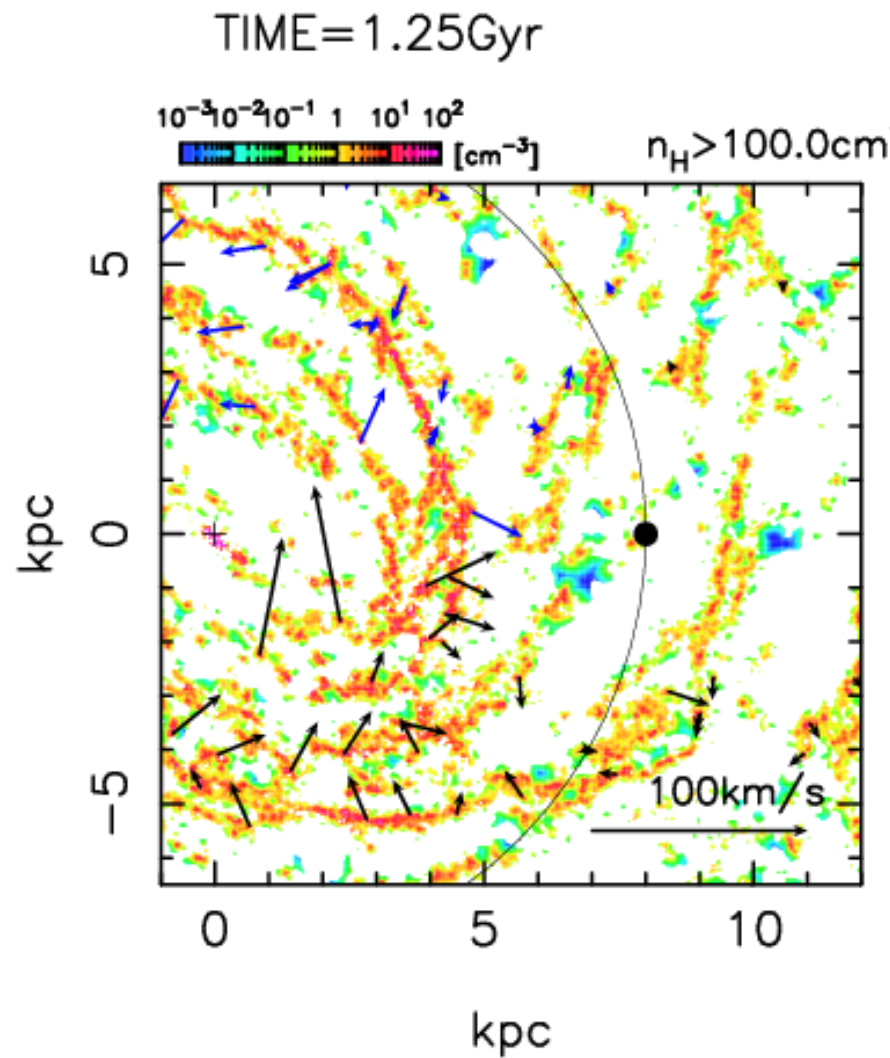
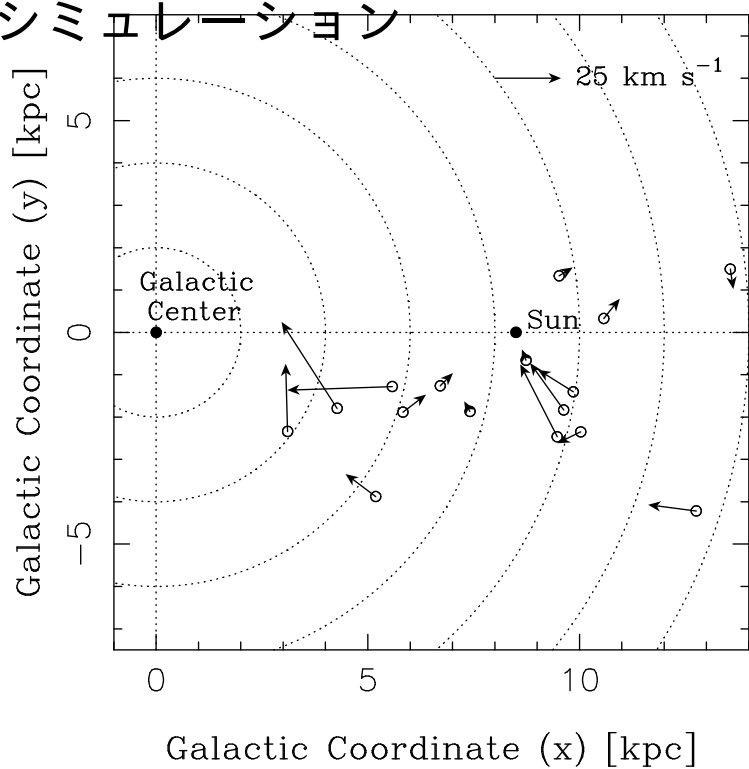
θ (deg)

- 渦巻構造は実体ではなく、密度波
- ガスは、渦巻が作るポテンシャルの底を通る時に圧縮されて、そこで星を作る
- 星やガスの円運動からのずれはごく小さい

観測ともシミュレーション結果とも全然あつてない...

比較

観測とシミュレーション

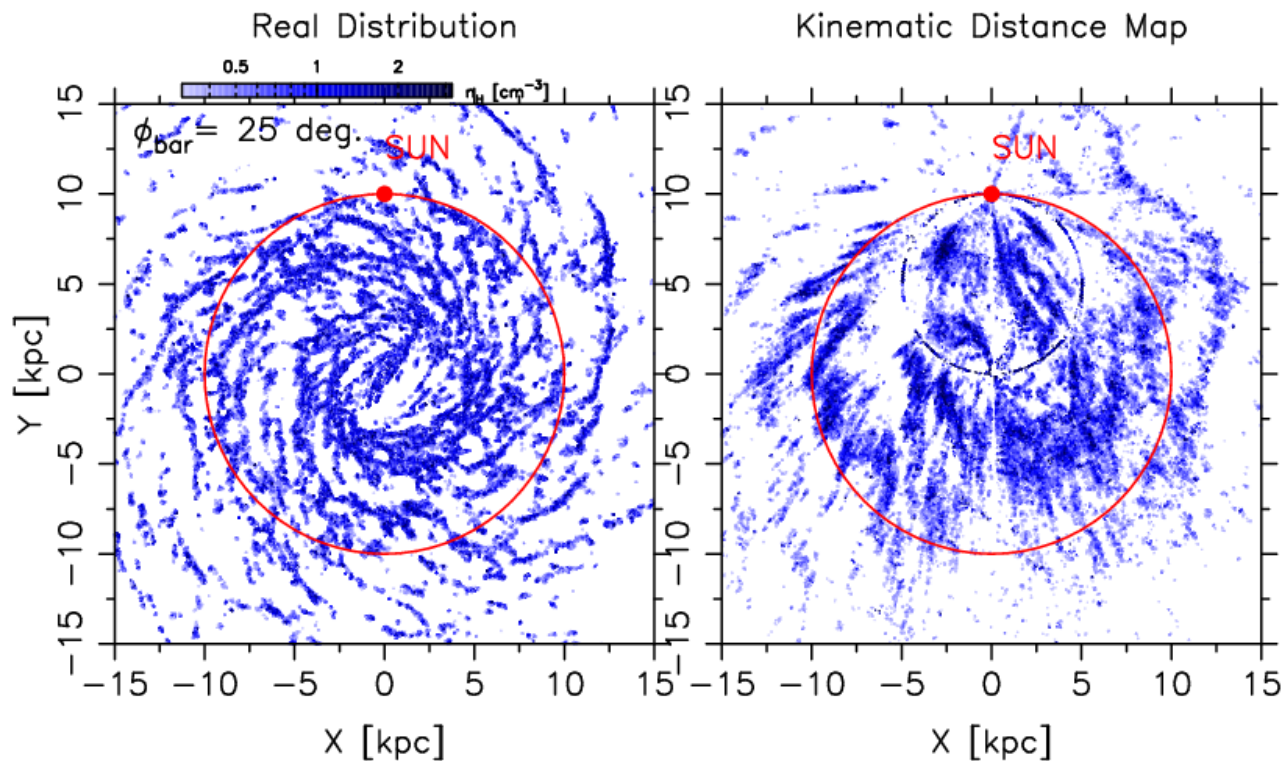


似ているような気が？

運動学的距離

TIME=2.00Gyr GAS ($T=10^{1.5}-10^{2.5}K$ $n_H=10^{-0.5}-10^{0.5}cm^{-3}$)

SUN : Pos=(0.0,10.0)[kpc] Vel=(169.5,0.0)[km/s]

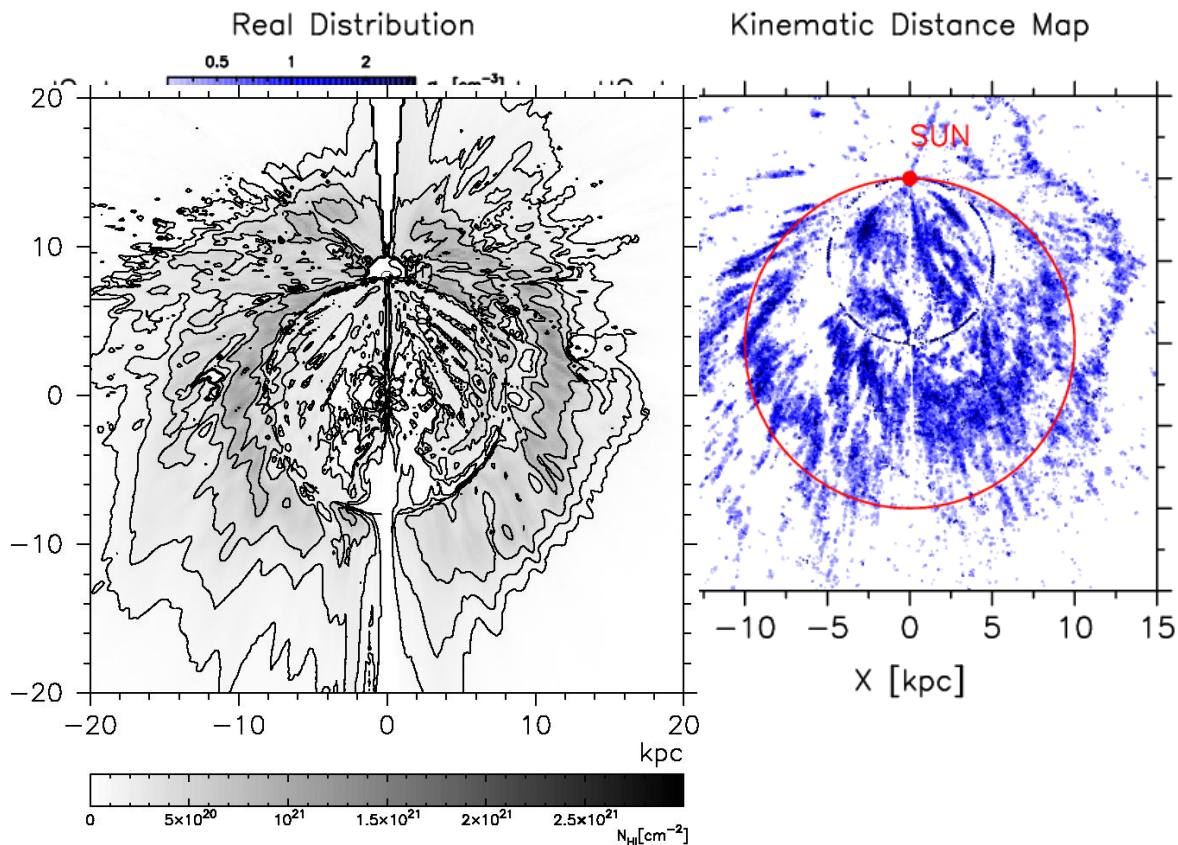


「円運動をしている」と仮定すると、速度の観測から距離が求まる
シミュレーション結果を観測すると、、、、

運動学的距離

TIME=2.00Gyr GAS ($T=10^{1.5}-10^{2.5}K$ $n_H=10^{-0.5}-10^{0.5}cm^{-3}$)

SUN : Pos=(0.0,10.0)[kpc] Vel=(169.5,0.0)[km/s]

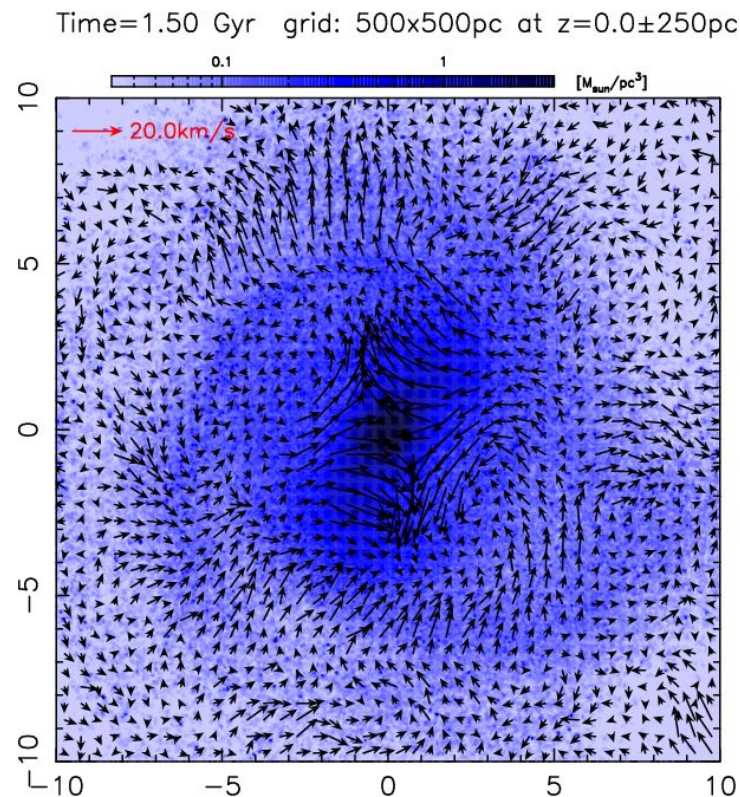


観測 (左) とシミュレーション (右) を比較すると、同じような構造

星のスパイラルの運動

星の運動の円運動からのずれ

- スパイラルアームは実体、密度波ではない
 - 古い星の平均の円運動からのずれも結構大きい
 - キロパーセクスケールの構造がある



ガス+星の銀河円盤シミュレーションのまとめ

- 高分解能計算ではスパイラルアームは自然にできる
- アームは定常ではなく、常に生成消滅している
- シミュレーション結果を「観測」すると、我々の銀河系の観測の色々な特徴を再現できる

星形成と惑星形成

- 星形成
- 惑星形成

星形成についてわかっていること

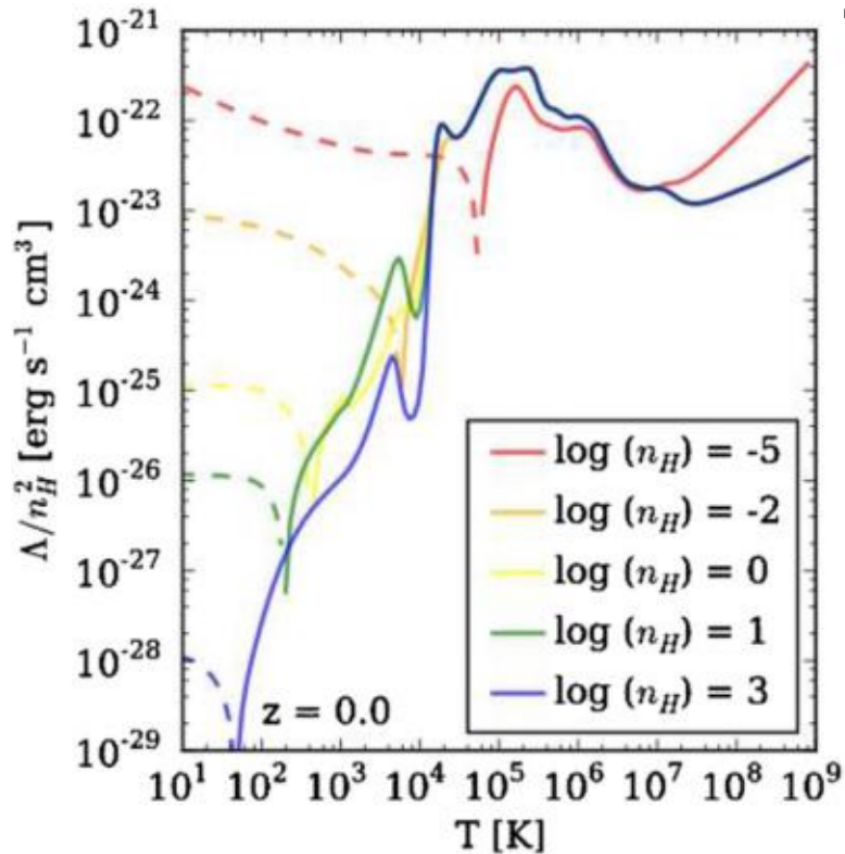
- 「星形成についてわかっていること」の整理はなかなか難しい。
- なので、まず、なぜ難しいか、を整理して、それからもう一度わかっていることを整理したい。

銀河形成の理論の側からみた星形成

- 銀河形成シミュレーションで、星ができたり超新星爆発したりもっともらしい振舞いをしていた
- 但し、星1つ1つのレベルまで計算しているわけではない。ガスやダークマターを表す粒子の質量が、最近の「高分解能」の計算でも太陽質量の1万倍くらいある
- なので、「星間ガスが冷えて、自己重力で集まってくると適当に星になる」と考える。

いろいろいい加減だが、「定性的には」正しい

ガスの冷え方



Kim et al. 2014(AGORA)

(破線は加熱。紫外線バックグラウンドによる)

密度が低い (0.01 個/cc とか以下) ガスは 10^4 K から冷えない

密度が高くなると平衡温度は下がる。但し、冷却率は 10^4 K 以下では小さい

冷却率を決めているもの

- 10^4K 以上: 水素ガスは電離してプラズマになっている。:電子と光子の相互作用:Bremsstrahlung (制動輻射)
- 10^4K 以下: 水素はまず水素原子 (HI) になる。そうすると非常に冷却しにくくなる。水素ガスだけではほとんど冷えないが、(天文学でいう)「メタル」があると、ダストが形成され、ダストは固体なので熱輻射をだして冷える。水素原子とは衝突によって熱平衡にいくので、密度が高いと冷却率は大きくなる

「天文学でいう」メタルとは

- 水素とヘリウム以外の全ての元素のこと。炭素とか酸素も「メタル」なことが多い。天文学の論文で `metallicity` という言葉がでてくると大抵こっち。
- 地球科学とは結構違うのでこのへん注意が必要

銀河形成の観点からのガスの振舞い

理想化した話:

- ダークマター+バリオンの自己重力系が重力収縮していくと、ダークマターは冷えない(輻射をださない)ので最初の密度ゆらぎで決まる大きさに落ち着く
- バリオンは輻射をだして冷えて中心に集まる。角運動量で支えられた薄い円盤になる
- 薄い円盤はさらにスパイラルモードや、スパイラルアームの中での重力不安定を起こし、冷却しながら小さなものに分裂していく
- 星ができると、超新星爆発や若い星からの紫外線でガスは加熱されたり圧縮されたりする。

銀河形成の観点からのガスの振舞い

現実の話:

- 円盤形成・重力不安定による進化は確かに起こる
- その途中で、形成中の銀河同士が合体したり、小さな衛星銀河が落下してきたりする。
- ガス円盤同士も衝突して、衝撃波圧縮の結果爆発的星形成を起こす
- また、一部の(多くの?)ガスは角運動量を失って銀河中心に落ちる(バルジの起源?別の理論もある)

というわけで、ガスはかなりダイナミックに圧縮されたり加熱されたりする。

一方、星間ガスの理論の観点からの ガスの振舞い

- 初期状態として「無限一様で背景の輻射場と平衡なガスを考える」
- 熱不安定 (温度が低いガスは平衡温度が低いのでさらに温度が下がる) によって、高温ガスの中に低温ガスの塊ができる
- 但し、これは星形成につながるかということそうならない。より高密度のガスを衝撃波圧縮等で作る必要がある

星形成のシミュレーションの観点

1つの星の形成シミュレーション

星形成シミュレーション

連星形成シミュレーション

- 初期に適当な密度をもつガス球を置く。通例としては、ある温度で自己重力平衡な解を密度あげて収縮するようにする。一様な磁場とか回転もあったりする
- そこからシミュレーション

色々なことが起こってその過程は沢山の人が詳細に研究している一方、「その初期条件に意味はあるのか」はなかなか難しい。

星形成のシミュレーションの観点

星団形成のシミュレーション

Star formation with SPH

- もっともらしく沢山星はできる。
- 初期条件は？
- 星ができるところを本当に計算できてるのか？

シミュレーションの問題点

- 星になる前のガスとできた星の両方を流体シミュレーションで一気扱うのは現在のところ不可能
- 星ができるタイムスケール: 周りのガスが全部落ちてくるまで。典型的には100万年くらいと考えられている。
- 星を流体として解く: タイムステップ1分くらいが必要 (内部は上手くやって解かないとしても)。
- 1タイムステップ1ミリ秒でできても10年かかる。論文書けない、、、 というのはさておき、計算精度も問題になる。

ではどうしているか

- 普通やっていること：適当な半径 (1-5AU とか) から内側にはいったガスは「星」に落ちたとみなす (sink particle)
- これにはもちろん問題がある。本当は星の表面近くまで降着円盤が形成されるだろうし、円盤ガスの一部は磁場や輻射圧で赤道面から飛ばされたりするはず。そういう色々な効果を見捨てて単に中心星にくっつけると、成長速度やそもそも成長するかどうか計算できなくなっているかもしれない
- とはいえ、現状他に方法がない

星形成について整理

- 星は、重力不安定な高密度・低温なガスが重力収縮してできる、というのは間違いない
- が、「重力不安定な高密度・低温なガス」がどこからどうやって供給されるかは理論的には明確にわかっているわけではない。観測すれば見えるのでそういうものはある。
- シミュレーションも、計算機の速度という以上に原理的困難がまだある。

銀河形成と比べてみる

- 銀河形成の理論・シミュレーションは、現在は初期条件は決まったといっている。
- これは、既にのべたように宇宙論的パラメータと呼ばれる、バリオンの量、ダークマターの量、ダークエネルギーの量、膨張速度、密度ゆらぎのパワースペクトルといったものがマイクロ波背景輻射や超新星の観測から正確に決まったため。
- 密度ゆらぎのパワースペクトル(言い換えるとダークマターの性質)が決まる前は銀河形成理論も初期条件と形成過程について大論争があった。Monolithic collapse と hierarchical formation

銀河形成と比べてみる (2)

- コールドダークマターシナリオが一般的になると、
Monolithic collapse 説は段々フェードアウト (といっても最近の教科書でも生き残っていたりする)
- 銀河形成の教訓: 初期条件がわからないとなかなかサイエンスにならない、、、
- そういう意味で、星形成の理解はまだかなり初期段階といえる

星形成の理解の現状

- 「星間ガスが冷えて、重力収縮して星になる」のは間違いない。
- 具体的にどんなふうにして重力不安定を起こすガスができるのかは銀河形成・進化とカップルした問題。まだ非常に良くわかっているわけではない。
- 初期条件についてはよくわかっていると考えられる初代星でも、まだシミュレーションやる人によってできる星が違う状態。

恒星進化

- 星の一生・内部構造
- 中性子星・ブラックホール・重力波

星の一生・内部構造

星形成は謎が多いができたあとはかなりよくわかっている。以下まず大雑把な話

- 中心の密度・温度が十分上がると、水素の核融合が始まって「主系列星」に
- 主系列星段階の寿命: 大質量星で数百万年。太陽くらいだと100億年
- 中心で水素燃焼が終わる(全部ヘリウムになる)と、ヘリウムの核融合が始まる。この時には赤色巨星になり、半径が不安定な振動を起こしたりする(変光星)
- 太陽質量の8倍以下の恒星は炭素・酸素から先には核融合が進まない。ヘリウムがなくなると白色矮星になる
- 太陽質量の8倍以上では、核融合がさらに進み、最終的に鉄までいくが、鉄コアの温度がさらに上がると一気にヘリウムに分解する吸熱反応が起きてコアが重力崩壊し、II型超新星になる。超新星のあとには中性子星ないしブラックホールが残る。

もうちょっと詳しい話

- 内部構造の基本方程式
- 主系列星の質量と光度の関係
- 主系列の後の進化

内部構造の基本方程式

球対称で定常な星の構造は、

- 質量保存の式
- 静水圧平衡の式
- 状態方程式
- エネルギー生産と輸送の式

で決まる。この辺をまずだしておく。(10/25に一部書いた)

質量保存の式

半径を r 、密度を ρ 、ある半径の内側の質量を M_r とすれば

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (2)$$

これは特に難しいところはない？半径 r から $r + dr$ の範囲の体積は半径 r の球の表面積 $4\pi r^2$ に厚さ dr を掛けたものなので、質量はそれにさらに単位体積あたりの質量である ρ を掛けたもの。

静水圧平衡の式

さらに圧力を p として

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2} \quad (3)$$

さて、これはどういう式だったかというのと、、、高踏的な説明は、「流体は圧力勾配から力を受ける。星の静水圧平衡ではそれが重力と釣り合う」というもの。

もうちょっと丁寧なつもりの説明: 半径 r から、 $r - dr$ に下がった時にどれだけ圧力が増えるかを考える。そこでの重力加速度が g なら、新しく上に載ることになる流体の質量は ρdr であり、重力の増加は $g\rho dr$ である。これが圧力の増加 dp と等しい。なので $dp/dr = -\rho g$ 。ここで $g = GM_r/r^2$ なので上の式になる。

状態方程式

これは、温度はそこそこ高くて電離した理想気体の方程式で、温度が高いと輻射圧 (光子の圧力) も無視できないので

$$p = \frac{\rho k T}{\mu m_H} + \frac{a T^4}{3} \quad (4)$$

ここで k はボルツマン定数、 a は輻射定数、 m_H は水素原子の質量、 μ は平均分子量である。

地球上なら理想気体といえば話は簡単だが、恒星内部で高温だと、原子の電離状態が組成、温度、密度の関数になるので少し複雑である。輻射圧は、あとで述べるような理由で大質量星では重要になる。

エネルギー生産の式

エネルギー生産：熱核反応。

- 主系列星の中心温度： 10^7K 程度。 $1\text{eV} \sim 10^3 kT$ なので 10keV 程度。
- 核融合反応で得るエネルギーは 10MeV 程度。なので、 10^{10}K くらいまで温度が上がらないと普通には核融合は起きない(これは何故核融合炉は難しいかという話)

エネルギー生産の式(2)

- 「普通には」起きないが、量子力学的効果(トンネル効果)でほんのちょっとだけ起きる。
- おきやすさ: $\exp(-\sqrt{E_G/E})$ くらい。 E_G が量子力学的な効果を表す係数で単位はエネルギー、 E は2つの原子核の相対運動のエネルギー
- 原子核のエネルギーの分布はマックスウェル・ボルツマン分布なので $\exp(-\frac{E}{kT})$ になる

エネルギー生産の式 (3)

このため、典型的に反応が起こるところは、 $\exp(-\sqrt{E_G/E}) \exp(-\frac{E}{kT})$ が最大値をとるところで、これの対数をとって E で微分して 0 になるところを求めると、

$$\frac{1}{2} \sqrt{E_G} E^{-3/2} - \frac{1}{kT} = 0 \quad (5)$$

から

$$E = E_0 = \left(\frac{\sqrt{E_G} kT}{2} \right)^{2/3} \quad (6)$$

エネルギー生産の式(4)

で、この時の値は

$$\exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right) \quad (7)$$

になる。ここで、 E_G は kT よりはるかに大きいので、 E_0 も kT よりかなり大きくなる。

E_0 が kT よりずっと大きいということには、恒星の核融合反応には、エネルギーがマックスウェル・ボルツマン分布の典型的な値よりずっと大きな、非常に少数の原子核だけが関わっている、ということである。

このことから色々重要な帰結がでてくるが、まずその前に核融合反応の紹介。

核融合反応

恒星の中で起こる核融合の主要なものは水素原子核4個からヘリウム原子核ができる反応で、 $p-p$ チェインと CNO サイクルが主要な反応である。

- $p-p$ チェインは水素原子核 (陽子) だけがあればできる。陽子2個から重水素、重水素と陽子からヘリウム3ができ、ヘリウム3同士からヘリウム4と陽子2個になる。
- もうちょっと温度が高いとか、ヘリウム4の量が多いとかすると、ヘリウム3と4の融合でベリリウム7ができ、それが電子捕獲でリチウム7になり、さらにリチウムが水素と反応して2つのヘリウム4になる。あるいは、ベリリウム7が陽子捕獲してベリリウム8になり、これが分裂して2つのヘリウム4になる。

CNO サイクル

星があらかじめ C, N, O 等の元素をもっていると、それらが触媒として働く、要するに ^{12}C から 3 個陽子を捕獲して ^{15}N になり、これが陽子と反応して ^{12}C と ^4He に戻る反応が起こる。

これを CNO サイクルという。

水素燃焼の先

- 水素燃焼は数千万度 (1-2 千万度でも) 起こる。
- 水素がほぼなくなったあと、恒星の中心の温度が 1 億度程度まであがると、ヘリウム 4 の燃焼が起こる。これは、 ^{12}C と ^{16}O を作る。
- さらにもっと高温になると、炭素、酸素がそれぞれ核融合を始める。
- さらにもっと高温になると、最終的には ^{56}Fe まで進む。
- ^{56}Fe は「核子あたりのエネルギー」が最小の原子核で、そこから先はエネルギーが増える (吸熱反応になる) のでここで普通の核融合は終わり。
- 鉄から先は、超新星爆発や中性子星の合体の時にできる。

エネルギー輸送の式

恒星の中でエネルギーが運ばれる主要なメカニズムは輻射と対流である。まず輻射について。

表面近くを別にすると、星は「光学的に厚い」つまり、光学的厚さが1よりはるかに大きい。この時、光子は拡散的に振舞う。つまり、多数の原子核とぶつかってランダムウォークをしている。

エネルギー輸送の式(2)

このため、輻射によるエネルギー輸送は熱伝導と同様、温度勾配に比例して

$$L_r = -4\pi r^2 \left(\frac{4acT^3}{3\kappa\rho} \right) \frac{dT}{dr} \quad (8)$$

となる。ここで、 L_r は半径方向のエネルギー流速、 a は輻射定数(既にててきた)、 c は光速、 κ は吸収係数である。

本当は光子のエネルギーには波長方向の分布があって吸収係数も波長依存性がある。ここでの κ は波長方向の平均(ロスランド平均という特別なもの)をとったものである。

普通の熱伝導と同じ？

といったけどなんか式は変ではないか？単純な熱伝導なら、何か熱伝導の係数 C があって

$$L_r = -4\pi r^2 C \frac{dT}{dr} \quad (9)$$

となる。なので、輻射輸送の式は

$$C = \frac{4acT^3}{3\kappa\rho} \quad (10)$$

となっていることを意味する。なぜそうなるかを簡単に説明しておく。

輻射輸送の係数の意味

c は光速である。熱流が光速に比例するのは、動いている光子が熱を運ぶのでそういうことになる。

$4aT^3$ は、輻射の体積あたりのエネルギーが $4aT^4$ であることからくる。普通の熱伝導ではエネルギーは T に比例するだけなので、輻射のエネルギーは T^3 に比例して普通の熱エネルギーより大きい。

$\kappa\rho$ は光子の吸収されやすさなので、小さいと光子が遠くまで物質とぶつかることなく飛ぶ。このため、小さいと流れる熱は大きくなる。

(ここは本当はもうちょっと定量的に議論するべきだが、別のところで)

対流

- 普通の気体や液体では、下から上にエネルギーを運ぶ主要なメカニズムは対流である。
- 粘性が大きくない対流では、温度・密度構造は断熱的 (等エントロピー的) になる
- これは、対流に対して、断熱温度勾配は中立安定であるため。断熱温度勾配より小さい勾配であれば対流は起きない。
- 星のある程度温度が高いところでは、輻射によるエネルギー輸送が非常に効率的になるため、対流が起こらない。
- 極度に小さい星を除いては、星の (質量で) 大部分は輻射でエネルギーが輸送される。

対流 (2)

- 前回話をした林フェーズでは全体が対流的。これは温度が低いいため。
- CNO サイクルになると、中心付近の一部が対流的になる
- 外側のちょっとは必ず対流的になるが、星の構造・高度には (林フェーズや巨星段階以外は) あまり影響がない。

星の内部構造・進化の方程式のまとめ

まとめると、エネルギー生産以外は、対流がおこっているところを無視すると

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (11)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2} \quad (12)$$

$$p = \frac{\rho k T}{\mu m_H} + \frac{a T^4}{3} \quad (13)$$

$$L_r = -4\pi r^2 \left(\frac{4acT^3}{3\kappa\rho} \right) \frac{dT}{dr} \quad (14)$$

星の内部構造・進化の方程式のまとめ(2)

状態方程式は、非常に大質量の星以外では輻射圧優勢にはならない。

エネルギー生産は、「温度に敏感にエネルギー生産が変わる」という性質のため、近似的には、星の中心温度は1-2千万度で、外側に流れるのに必要なだけのエネルギーが生産される、と考えてよい。

恒星の質量-光度関係

ここまでの議論から、星の質量と明るさの間関係を導くことができる。以下その議論をする。

まず、星の中心温度は質量によらずに一定とする。これは厳密に正しいわけではないが、上でみたようにまあそんなに大きくは違わない。ある質量 M の星の密度分布が

$$\rho = \rho_0 f(r/r_0) \quad (15)$$

で与えられたとしよう。これは、密度から質量分布、圧力、温度、と順番に求めていって、熱流 L_r が半径によらず一定になる、ということである。

恒星の質量-光度関係 (2)

さて、そうなっていると、密度や半径を適当にスケールした、

$$\rho = \rho_1 f(r/r_1) \quad (16)$$

も、熱流が一定になる、という意味で解にはなっている。

但し、 ρ_1/ρ_0 と r_1/r_0 の間に何か関係をつけないと、中心温度が変わってしまい、条件としてつけた中心温度一定をみたさない。

恒星の質量-光度関係 (2)

例えば、星の半径を a 倍にしてみよう。これは、 $r_1/r_0 = a$ ということである。この時に、中心密度が x 倍になったとする。星の質量は a^3x 倍であり、圧力勾配は同じ相対位置のところで r^2 の分が a^{-2} 、質量は a^3x 、密度は x 倍なので ax^2 倍となり、圧力自体は2倍外側から積分してくるので a^2x^2 となる。つまり、温度は、状態方程式から a^2x 倍である。

つまり、温度一定であるためには、 $a^2x = 1$ でなければならぬことがわかる。つまり、

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 \quad (17)$$

質量と半径

星の総質量は $\rho_1 r_1^3$ に比例して、 ρ_1 は r_1^{-2} に比例するので、結局、質量が半径に比例する非常に簡単な関係

$$M \propto R \quad (18)$$

が導かれる。ここで、 M, R は星の総質量と半径である。

質量・半径と光度

では L_r はどうなるかである。同じように半径を a 倍にすることを考える。同じ相対位置で、 r^2 から a^2 、 $1/\rho$ 、 $1/\kappa$ からそれぞれやはり a^2 がでてきて、 dT/dr から $1/a$ がでてくるので、結局

$$L \propto a^5 \propto M^5 \quad (19)$$

つまり、星の明るさは質量の5乗に比例する、ということがわかる。

(κ が ρ に比例するのは比較的低温)

光度と表面温度

表面温度がどうなるかを考える。ここまでの議論は、実はエネルギー輸送については、「表面で温度 0」という境界条件を仮定して解を求めたことに相当しているが、実際には太陽を見ればわかる通り有限の温度を持つ。

この温度は、ほぼ全体が輻射でエネルギーが流れている星については、表面から輻射でていくエネルギーが内部での熱流と等しい、という条件で決まる。これはシュテファン・ボルツマン則から

$$L \propto 4\pi R^2 T_s^4 \quad (20)$$

なので

$$T_s \propto M^{3/4} \quad (21)$$

である。

大質量星

星の質量が太陽あたりだとここまでの議論はそれほど悪くないが、もっと大きな星では、密度が非常に低くなるために輻射輸送に効くのが主に電子になり、この時は κ は ρ に依存しない。この領域では、ここまでの議論と同様にして

$$L \propto M^3 \quad (22)$$

になる。さらに大質量では、輻射圧が圧力の主体になる。この領域では、温度と圧力の両方が一定で、議論を省略するが、

$$L \propto M \quad (23)$$

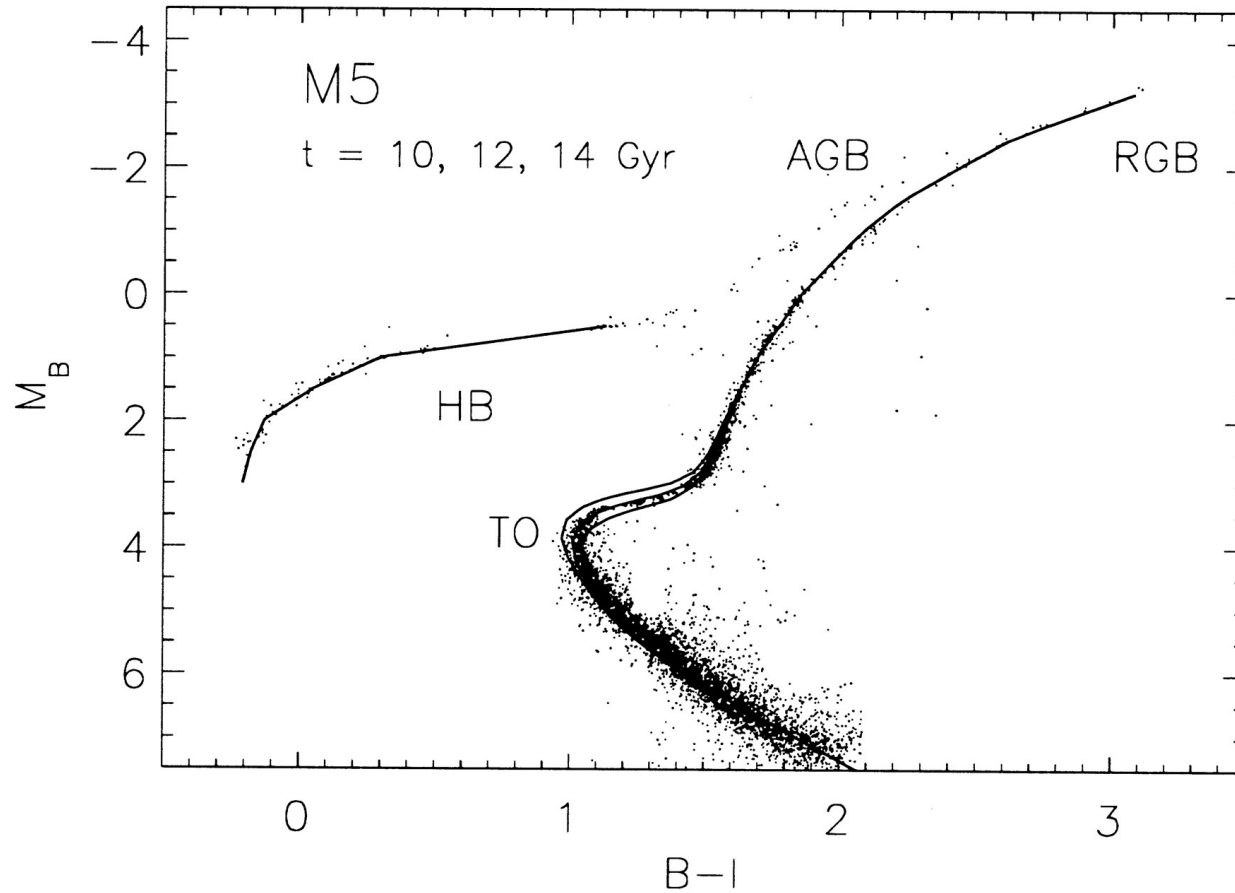
が導かれる。

色-光度関係、ないし HR 図

ここまでの議論から、恒星の表面温度 (実際には「表面」ではないので、「有効温度」という) と星の明るさの間には関係があり、(超大質量星を除いて) 明るいほうが温度が高いことがわかった。

これを天文学の言葉でいうと、「絶対等級で明るい星は青い」ということになる。この関係をプロットしたのが HR 図 (最近の論文では色-等級図、CMD ということが多い) である。

CMDの例



(球状星団の例なのでちょっと特殊)

主系列星

星が水素燃焼を始めて時間が立つと、段々中心の水素がなくなってくる。しかし、前に述べたように、核融合反応は温度に敏感なので、水素がほとんどなくなっても温度を少しあげれば最初と同じだけエネルギーを供給できる。

このため、水素燃焼が続いている間、CMD 上で恒星はほとんど同じ位置にあり、その位置はほぼ質量だけで決まる (星が持つ金属量でもちろん少し変わる)。

この、水素燃焼段階にある星を主系列星といい、CMD 上で主系列星が作るシーケンスを主系列という。

ある質量の星が主系列にいる時間は、理論とシミュレーションでかなり精密に決まる。